



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Mechatronik

J. Dillinger W. Escherich M. Lex T. Neumayr B. Schellmann R. Zweckstätter

# Rechnen und Projektieren – Mechatronik

**Projektieren · Problemlösen**  
**Lösungen**

**4. Auflage**

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 18820**

**Autoren:**

Dillinger, Josef	München
Escherich, Walter	München
Lex, Martin	München
Neumayr, Thomas	München
Schellmann, Bernhard	Kißlegg
Zweckstätter, Robert	München

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:

Josef Dillinger	München
-----------------	---------

Bildentwürfe: Die Autoren

Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

4. Auflage 2019

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1885-4

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2019 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt  
Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald  
Umschlagfotos: Festo AG & Co. KG, Esslingen  
Druck: Totem, 88-100 Inowrocław (PL)

## Inhaltsverzeichnis zum Lösungsheft

<b>1</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>Mechanische Systeme</b>	<b>59</b>
1.1	Rechnen mit Zahlen und Variablen	5	7.1	Zahnradmaße und Achsabstände	59
1.2	Rechnen mit Brüchen	5	7.2	Übersetzungen und Getriebe	60
1.3	Gleichungen und Formeln	6	7.2.1	Einfache Übersetzungen	60
1.3.1	Gleichungen	6	7.2.2	Mehrfache Übersetzungen	61
1.3.2	Formeln	12	7.3	Bewegungslehre	64
1.4	Winkelberechnungen	15	7.3.1	Gleichförmige Bewegung	64
1.5	Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	16	7.3.2	Kreisförmige Bewegung	66
1.6	Schlussrechnung	17	7.3.3	Ungleichförmige Bewegung	67
1.7	Prozentrechnung	18	7.3.4	Geschwindigkeit – Beschleunigung	69
1.8	Flächen	20	7.4	Kräfte	71
1.9	Rauminhalt, Masse und Gewichtskraft	22	7.4.1	Darstellen von Kräften	71
1.10	Diagramme	25	7.4.2/3	Zusammensetzen oder Zerlegen von Kräften	72
<b>2</b>	<b>Datenverarbeitungstechnik</b>	<b>27</b>	7.4.4	Reibungskräfte	74
2.1	Zahlensysteme	27	7.5	Rollen und Flaschenzüge	75
2.1.1	Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen	27	7.6	Hebel und Drehmoment	76
2.1.2	Umwandlung Sedezimalzahlen in Dezimalzahlen	27	7.6.1	Hebelgesetz	77
2.1.3	Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen	27	7.7	Mechanische Arbeit und Energie	79
2.1.4	Umwandlung von Dezimalzahlen in Sedezimalzahlen	27	7.7.1	Mechanische Arbeit	79
2.1.5	Umwandlung von Dualzahlen in Sedezimalzahlen	27	7.7.2	Die schiefe Ebene	79
2.1.6	Umwandlung von Sedezimalzahlen in Dualzahlen	28	7.7.3	Der Keil als schiefe Ebene	80
2.2	BCD-Code	28	7.7.4	Die Schraube als schiefe Ebene	81
2.3	Potenzen und Wurzeln	28	7.7.5	Mechanische Energie	82
2.4	Zehnerpotenzen, Vorsätze	29	7.8/9	Mechanische Leistung und Wirkungsgrad	83
<b>3</b>	<b>Prüf- und Messtechnik</b>	<b>31</b>	<b>8</b>	<b>Gleichstromtechnik</b>	<b>87</b>
3.1	Messfehler analoger elektrischer Messgeräte	31	8.1	Elektrische Ladung und Stromstärke	87
3.2	Messfehler digitaler elektrischer Messgeräte	32	8.2	Stromdichte	87
<b>4</b>	<b>Qualitätsmanagement</b>	<b>33</b>	8.3	Widerstand und Leitwert	88
4.1	Grundlagen der Statistik	33	8.4	Temperaturabhängige Widerstände	89
4.2	Statistische Prozesslenkung mit Qualitätsregelkarten	35	8.5	Ohmsches Gesetz	90
<b>5</b>	<b>Werkstofftechnik und Hilfsstoffe</b>	<b>39</b>	8.6	Reihenschaltung von Widerständen	91
5.1	Längen- und Volumenänderung	39	8.7	Parallelschaltung von Widerständen	91
5.2	Viskosität von Druckflüssigkeiten	40	8.8	Gemischte Schaltungen	92
5.3	Festigkeitsberechnung	40	8.9	Spannungsteiler	95
5.3.1	Beanspruchung auf Zug	40	8.9.1	Unbelasteter Spannungsteiler	95
5.3.2	Beanspruchung auf Druck	42	8.9.2	Der belastete Spannungsteiler	96
5.3.3	Beanspruchung auf Flächenpressung	44	8.10	Wheatstone'sche Brückenschaltung	96
5.3.4	Beanspruchung auf Schub (Scherung)	44	8.11	Die elektrische Leistung	98
5.3.5	Schneiden von Werkstoffen	46	8.12	Die elektrische Arbeit	99
5.3.6	Festigkeitsklasse und Einschraubtiefe bei Schrauben	48	8.13	Das elektrische Feld	100
<b>6</b>	<b>Fertigungstechnik</b>	<b>50</b>	8.14	Kondensator	100
6.1	Maßtoleranzen und Passungen	50	8.14.1	Ladung und Kapazität eines Kondensators	100
6.1.1	Maßtoleranzen	50	8.14.2	Bauform und Kapazität eines Kondensators	101
6.1.2	Passungen	51	8.14.3	Schaltungsarten von Kapazitäten	102
6.2	Hauptnutzungszeit beim Bohren, Senken und Reiben	54	8.14.4	Lade- und Entladeverhalten eines Kondensators	103
6.3	Kostenrechnung, Kalkulation	55	8.15	Spulen	103
6.4	Schnittkraft und Leistungsbedarf beim Zerspanen	57	8.15.1	Bauform und Induktivität einer Spule	103
			8.15.2	Schaltungsarten von Induktivitäten	104
			8.15.3	Ein- und Ausschaltverhalten einer Spule	105
			8.16	Gleichstromverhalten von Halbleiterdioden	106
			8.17	Bipolartransistor	107
			8.17.1	Bipolartransistor als Gleichstromverstärker	107
			8.17.2	Bipolartransistor als Schalter	108

<b>9</b>	<b>Wechselstrom</b>	<b>109</b>	<b>16</b>	<b>NC-Technik</b>	<b>161</b>
<b>9.1–9.4</b>	<b>Momentan- und Effektivwert beim Wechselstrom</b>	<b>109</b>	<b>16.1</b>	<b>Geometrische Grundlagen</b>	<b>161</b>
<b>9.5</b>	<b>Leistung im Wechselstromkreis</b>	<b>111</b>	<b>16.2</b>	<b>Koordinatenmaße</b>	<b>162</b>
<b>9.6</b>	<b>Bauteile im Wechselstromkreis</b>	<b>113</b>	<b>16.3</b>	<b>Werkstücke mit geradlinigen und kreisbogenförmigen Konturen</b>	<b>164</b>
9.6.1	Blindwiderstand von Kapazitäten	113	<b>17</b>	<b>Regelungstechnik</b>	<b>167</b>
9.6.2	Blindwiderstand von Induktivitäten	114	<b>17.1/2</b>	<b>Regelkreis und Regelungsarten</b>	<b>167</b>
<b>9.7</b>	<b>Schwingkreis</b>	<b>115</b>	<b>17.3</b>	<b>Strecken</b>	<b>167</b>
9.7.1	Reihenschaltung von $R$ , $L$ und $C$	115	17.3.1	Strecken mit Ausgleich	167
9.7.2	Parallelschaltung von $R$ , $L$ und $C$	117	17.3.2	Strecken ohne Ausgleich (I-Strecken)	170
<b>9.8</b>	<b>Transformator</b>	<b>120</b>	<b>17.4</b>	<b>Regler</b>	<b>173</b>
<b>10</b>	<b>Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)</b>	<b>121</b>	17.4.1	Zweipunktregler	173
<b>10.1</b>	<b>Sternschaltung (symmetrisch, gleichartig)</b>	<b>121</b>	<b>17.5</b>	<b>Regler mit Operationsverstärker</b>	<b>175</b>
<b>10.2</b>	<b>Dreieckschaltung (symmetrisch, gleichartig)</b>	<b>121</b>	17.5.1	OPV als Komparator (Zweipunktregler)	175
<b>10.1/2</b>	<b>Stern-Dreieckschaltung</b>	<b>122</b>	17.5.2	Nichtinvertierender Verstärker (P-Regler)	175
<b>10.3</b>	<b>Leistung bei Stern-Dreieckschaltung (symmetrisch)</b>	<b>123</b>	17.5.3	Invertierender Verstärker (P-Regler)	176
<b>10.4</b>	<b>Drehstromkompensation</b>	<b>123</b>	17.5.4	OPV als Integrierer (I-Regler)	176
<b>11</b>	<b>Elektrische Antriebe</b>	<b>125</b>	17.5.5	OPV als Differenzierer (D-Regler)	178
<b>11.1</b>	<b>Drehstrom-Asynchronmotor</b>	<b>125</b>	<b>17.6</b>	<b>Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control</b>	<b>180</b>
<b>11.2</b>	<b>Gleichstrommotoren</b>	<b>128</b>	17.6.1	Scharfe und unscharfe Werte	180
11.2.1	Nebenschlussmotor/ Fremderregter Motor	128	17.6.2	Fuzzifizierung	181
11.2.2	Reihenschlussmotor/ Doppelschlussmotor	130	17.6.3	Mengenverknüpfungen	181
<b>12</b>	<b>Elektrische Anlagen</b>	<b>132</b>	17.6.4/5	Inferenz und Defuzzifizierung	183
<b>12.1</b>	<b>Fehlerstromkreis</b>	<b>132</b>	<b>18</b>	<b>Automatisierungstechnik</b>	<b>184</b>
<b>12.2</b>	<b>Schutz durch Abschaltung mit Überstrom-Schutzeinrichtungen im TN-System</b>	<b>133</b>	<b>18.1</b>	<b>Logische Verknüpfungen</b>	<b>184</b>
<b>12.3</b>	<b>Schutz durch Abschaltung mit RCD im TT-System</b>	<b>135</b>	<b>18.2</b>	<b>Speichern von Signalen</b>	<b>189</b>
<b>12.4</b>	<b>Leitungsschutz</b>	<b>135</b>	<b>18.3</b>	<b>Verbindungsprogrammierte Steuerungen: VPS</b>	<b>193</b>
<b>12.5</b>	<b>Leitungsberechnung</b>	<b>137</b>	18.3.1	Pneumatische Steuerungen	193
12.5.1	Spannungsabfall auf Gleichstromleitungen	137	18.3.2	Elektropneumatische Steuerungen	199
12.5.2	Spannungsabfall auf Wechselstromleitungen	138	18.3.3	Hydraulische und elektrohydraulische Steuerungen	210
12.5.3	Spannungsabfall auf 3-Wechselstromleitungen	141	<b>18.4</b>	<b>Speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS)</b>	<b>213</b>
<b>13</b>	<b>Gleichrichterschaltung</b>	<b>144</b>	18.4.1	SPS als Kleinsteuerung (Steuerrelais)	213
<b>13.1</b>	<b>Ungesteuerte Gleichrichterschaltung</b>	<b>144</b>	18.4.2	SPS als modulares System	218
<b>13.2</b>	<b>Gesteuerte Gleichrichterschaltung</b>	<b>145</b>	18.4.3	Grundverknüpfungen in einer SPS	222
<b>14</b>	<b>Fluidtechnik: Pneumatik</b>	<b>147</b>	18.4.4	Signalinvertierung und Speicherfunktion der SPS	227
<b>14.1</b>	<b>Druckarten und Druckeinheiten</b>	<b>147</b>	18.4.5	Konnektor, Merker und Flankenauswertung in einer SPS	233
<b>14.2</b>	<b>Zustandsänderungen bei Gasen</b>	<b>148</b>	18.4.6	Zeitoperationen einer SPS	236
<b>14.3</b>	<b>Kolbenkraft</b>	<b>148</b>	18.4.7	Zähl- und Vergleichsoperationen einer SPS	242
<b>14.4</b>	<b>Luftverbrauch in pneumatischen Anlagen</b>	<b>149</b>	18.4.8	Ablaufsteuerungen und strukturierte Programmierung	246
<b>14.5</b>	<b>Vakuumentchnik – Handhabung mit Unterdruck</b>	<b>151</b>	18.4.9	Analogwertverarbeitung mit SPS	254
<b>15</b>	<b>Fluidtechnik: Hydraulik</b>	<b>154</b>	<b>18.5</b>	<b>Systematischer Entwurf von Schaltplänen und Steuerungslösungen</b>	<b>262</b>
<b>15.1</b>	<b>Hydrostatik – Hydrostatischer Druck, Kolbenkraft</b>	<b>154</b>	<b>18.6</b>	<b>Bussystemtechnik – ASI-Interface</b>	<b>265</b>
<b>15.2</b>	<b>Hydrostatik – Hydraulische Presse</b>	<b>155</b>	<b>18.7</b>	<b>Kommunikation in Netzen</b>	<b>268</b>
<b>15.3</b>	<b>Hydrostatik – Druckübersetzung</b>	<b>156</b>	<b>19</b>	<b>Projekt- und Prüfungsaufgaben</b>	<b>270</b>
<b>15.4</b>	<b>Hydrodynamik – Flüssigkeiten in Bewegung</b>	<b>157</b>	<b>19.1</b>	<b>Drehstrom-Asynchronmotor und Riemenantrieb</b>	<b>270</b>
<b>15.5</b>	<b>Hydrodynamik – Hydraulische Leistung</b>	<b>159</b>	<b>19.2</b>	<b>Transportband</b>	<b>272</b>
			<b>19.3</b>	<b>Qualitätssicherung</b>	<b>273</b>
			<b>19.4</b>	<b>Getriebe</b>	<b>282</b>
			<b>19.5</b>	<b>Tauchbad</b>	<b>284</b>
			<b>19.6</b>	<b>Paternoster</b>	<b>293</b>
			<b>19.7</b>	<b>Spannen mit Hydraulik</b>	<b>297</b>
			<b>19.8</b>	<b>Werkstattschleifmaschine</b>	<b>301</b>
			<b>19.9</b>	<b>Pneumatische Steuerungen mit zwei Steuerkreisen</b>	<b>302</b>
			<b>19.10</b>	<b>Elektropneumatik – Sortieren von Materialien</b>	<b>305</b>

# 1 Grundlagen

## 1.1 Rechnen mit Zahlen und Variablen

- 7/1. a)  $228,41598 \approx \mathbf{228,42}$     b)  $103,9352 \approx \mathbf{103,94}$     c)  $263,86684 \approx \mathbf{263,87}$   
 d)  $58,1376 \approx \mathbf{58,14}$     e)  $499,394 \approx \mathbf{499,40}$     f)  $394,7366 \approx \mathbf{394,74}$
- 7/2. a)  $38,055 \approx \mathbf{38,06}$     b)  $40,522382 \approx \mathbf{40,52}$
- 7/3. a)  $6005,0193 \approx \mathbf{6005,02}$     b)  $9772,2387 \approx \mathbf{9772,24}$
- 7/4. a)  $3ay - 3by$     b)  $4x^2 + 8x$   
 c)  $4a + 4b$     d)  $11 - 2b$
- 8/5. a)  $24abc$     b)  $17b$   
 c)  $10ab - 7,5b^2$     d)  $-2ab + 8b^2 - bc$
- 8/6. a)  $-69$     b)  $-17$     c)  $-10,3 \approx -10,33$     d)  $9$
- 8/7. a)  $73,32276 \approx \mathbf{73,32}$     b)  $178,90426 \approx \mathbf{178,90}$     c)  $14,098225 \approx \mathbf{14,10}$   
 d)  $0,60007 \approx \mathbf{0,60}$
- 8/8. a)  $-8ab$     b)  $-315xy$     c)  $-31mn$     d)  $70ac$
- 8/9. a)  $-25ax$     b)  $-144x^2$
- 8/10. a)  $6a + 6b$     b)  $10a^2 + 6ab$     c)  $3ax - 2ay$   
 d)  $18ax + 24ay + 27bx + 36by$   
 e)  $6a - 30 + ab - 5b$     f)  $a^2 + 2ab + b^2$   
 g)  $a^2 - 2ab + b^2$     h)  $a^2 - b^2$
- 8/11. a)  $ax - 2a + bx - 2b$     b)  $9ax - 12a - 6bx + 8b$   
 c)  $24a - 36a^2 - 6ab + 9a^2b$     d)  $-12abx + 6ab$
- 8/12. a)  $-2,5x + 27,5y$     b)  $9a^2cx - 6acdx - 36a^2x + 24adx$

## 1.2 Rechnen mit Brüchen

- 9/1. a)  $\frac{3077}{1260} = 2 \frac{557}{1260}$     b)  $\frac{49}{40} = 1 \frac{9}{40}$     c)  $\frac{841}{120} = 7 \frac{1}{120}$     d)  $-\frac{8}{15}$
- 9/2. a)  $8 \frac{3}{4}$ ;  $36 \frac{3}{7}$ ;  $61 \frac{2}{3}$     b)  $\frac{1}{18}$ ;  $\frac{7}{48}$ ;  $\frac{3}{23}$

- 9/3. a)  $\frac{6}{49}$ ;  $\frac{4}{35}$ ;  $\frac{27}{245}$       b)  $12\frac{1}{3}$ ;  $14\frac{17}{27}$ ;  $23\frac{11}{18}$
- 9/4. a) 0,25; 0,267; 0,333; 0,429; 0,167      b) 0,048; 0,241; 0,088; 0,844; 8,083
- 9/5. a)  $8b$       b)  $\frac{5}{3y}$
- 9/6. a) 8,4      b) -420
- 9/7. a)  $\frac{15}{16}$       b)  $\frac{3}{8}$       c)  $\frac{17}{20}$
- 9/8. a)  $\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$       b)  $\frac{t \cdot x}{r \cdot y}$       c)  $\frac{a}{b \cdot c}$
- d)  $\frac{5ac - 20ab + 10a^2bc}{a^2bc}$
- 9/9. a)  $\frac{n \cdot m}{2n + 3m}$       b)  $\frac{2rs}{10s - 2r}$       c)  $\frac{x^2y + y^2x}{x + y}$
- d)  $\frac{30a^2 + 20a}{3a + 2}$       e)  $\frac{2m^2n - m \cdot n^2}{n - 2m}$
- f)  $\frac{40x^2y - 48xy^2}{12y - 10x}$
- 9/10. a)  $\frac{10ax + 6x}{25a^2 - 9}$       b)  $\frac{8a - 16}{2a^2 - 6a + 4}$
- 9/11. a)  $\frac{x + 2}{x - 2}$       b)  $-\frac{8amx}{cy}$
- c)  $\frac{a + b}{a \cdot b}$       d)  $3b$

## 1.3 Gleichungen und Formeln

### 1.3.1 Gleichungen

- 12/1. a)  $x + 25 = 40$        $|- 25$       b)  $79 + x = 130$        $|- 79$   
 $x + 25 - 25 = 40 - 25$   
 $x = 15$        $79 - 79 + x = 130 - 79$   
 $x = 51$
- c)  $12 + x = 21$        $|- 12$       d)  $27x - 21 = 27 + 3x$        $|- 3x$   
 $27x - 3x - 21 = 27 + 3x - 3x$   
 $24x - 21 = 27$        $|\ + 21$   
 $24x - 21 + 21 = 27 + 21$   
 $24x = 48$        $|\ : 24$   
 $\frac{24x}{24} = \frac{48}{24}$   
 $x = 2$

**12/1.** e)  $112,06 = x + 62 \frac{3}{4} \quad | - 62 \frac{3}{4}$   
 $112,06 - 62 \frac{3}{4} = x + 62 \frac{3}{4} - 62 \frac{3}{4}$   
 $49,31 = x$   
 $x = \mathbf{49,31}$

f)  $3 \frac{4}{5} + x = 39 \frac{1}{2} \quad | - 3 \frac{4}{5}$   
 $3 \frac{4}{5} - 3 \frac{4}{5} + x = 39 \frac{1}{2} - 3 \frac{4}{5}$   
 $x = \mathbf{35,7}$

**12/2.** a)  $x - 7 = 16 \quad | + 7$   
 $x - 7 + 7 = 16 + 7$   
 $x = \mathbf{23}$

b)  $x - 175,2 = 24,08 \quad | + 175,2$   
 $x - 175,2 + 175,2 = 24,08 + 175,2$   
 $x = \mathbf{199,28}$

c)  $8 - x = 7 \quad | + x$   
 $8 - x + x = 7 + x$   
 $8 = 7 + x \quad | - 7$   
 $8 - 7 = 7 - 7 + x$   
 $1 = x$   
 $x = \mathbf{1}$

d)  $8x - 17 = 7x - 20 \quad | - 7x$   
 $8x - 7x - 17 = 7x - 7x - 20$   
 $x - 17 = -20 \quad | + 17$   
 $x - 17 + 17 = -20 + 17$   
 $x = \mathbf{-3}$

e)  $7,5 = x - 13,1 \quad | + 13,1$   
 $7,5 + 13,1 = x - 13,1 + 13,1$   
 $20,6 = x$   
 $x = \mathbf{20,6}$

f)  $3 = 10x - 7 \quad | + 7$   
 $3 + 7 = 10x - 7 + 7$   
 $10 = 10x \quad | : 10$   
 $1 = x$   
 $x = \mathbf{1}$

**12/3.** a)  $x \cdot 9 = 45 \quad | : 9$   
 $\frac{x \cdot 9}{9} = \frac{45}{9}$   
 $x = \mathbf{5}$

b)  $13 \cdot x = 5,2 \quad | : 13$   
 $\frac{13 \cdot x}{13} = \frac{5,2}{13}$   
 $x = \mathbf{0,4}$

c)  $8,5x = 59,5 \quad | : 8,5$   
 $\frac{8,5x}{8,5} = \frac{59,5}{8,5}$   
 $x = \mathbf{7}$

d)  $7,3x = 87,6 \quad | : 7,3$   
 $\frac{7,3x}{7,3} = \frac{87,6}{7,3}$   
 $x = \mathbf{12}$

e)  $x \cdot b = a \quad | : b$   
 $\frac{x \cdot b}{b} = \frac{a}{b}$   
 $x = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$

f)  $2397 = 51x \quad | : 51$   
 $\frac{2397}{51} = \frac{51x}{51}$   
 $47 = x$   
 $x = \mathbf{47}$

g)  $163,54 = x \cdot 14,8 \quad | : 14,8$   
 $\frac{163,54}{14,8} = \frac{x \cdot 14,8}{14,8}$   
 $11,05 = x$   
 $x = \mathbf{11,05}$

h)  $145 \frac{1}{2} = 11,64x \quad | : 11,64$   
 $\frac{145 \frac{1}{2}}{11,64} = \frac{11,64x}{11,64}$   
 $12,5 = x$   
 $x = \mathbf{12,5}$

i)  $-30 = 7,5x \quad | : 7,5$   
 $\frac{-30}{7,5} = \frac{7,5x}{7,5}$   
 $-4 = x$   
 $x = \mathbf{-4}$

k)  $c = d \cdot x \quad | : d$   
 $\frac{c}{d} = \frac{d \cdot x}{d}$   
 $\frac{c}{d} = x$   
 $x = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$

- 12/3.** l)  $6\frac{1}{2} = 1,3x$   $|\cdot 1,3$  m)  $15x = 4,5a$   $|\cdot 15$   
 $6\frac{1}{2} = \frac{1,3x}{1,3}$   $\frac{15x}{15} = \frac{4,5a}{15}$   
 $5 = x$   $x = \mathbf{0,3a}$   
 $x = \mathbf{5}$
- 12/4.** a)  $\frac{x}{5} = 17$   $|\cdot 5$  b)  $\frac{x}{12} = 0,4$   $|\cdot 12$   
 $\frac{x \cdot 5}{5} = 17 \cdot 5$   $\frac{x \cdot 12}{12} = 0,4 \cdot 12$   
 $x = \mathbf{85}$   $x = \mathbf{4,8}$
- c)  $\frac{7x}{3} = 14$   $|\cdot \frac{3}{7}$  d)  $\frac{x}{3} = -6$   $|\cdot 3$   
 $\frac{7x \cdot 3}{3 \cdot 7} = \frac{14 \cdot 3}{7}$   $\frac{x \cdot 3}{3} = -6 \cdot 3$   
 $x = \mathbf{6}$   $x = \mathbf{-18}$
- e)  $\frac{x+16}{3} = 40$   $|\cdot 3$  f)  $15 = \frac{x}{12}$   $|\cdot 12$   
 $\frac{(x+16) \cdot 3}{3} = 40 \cdot 3$   $15 \cdot 12 = \frac{x \cdot 12}{12}$   
 $x+16 = 120$   $180 = x$   $|\cdot -16$   
 $x+16-16 = 120-16$   $x = \mathbf{180}$   
 $x = \mathbf{104}$
- 12/5.** a)  $\frac{(2x-3) \cdot 3}{7} = 3$   $|\cdot 7$  b)  $\frac{2 \cdot (50x-4)}{7} = 6$   $|\cdot 7$   
 $\frac{(2x-3) \cdot 3 \cdot 7}{7} = 3 \cdot 7$   $\frac{2 \cdot (50x-4) \cdot 7}{7} = 6 \cdot 7$   
 $6x-9 = 21$   $|\cdot +9$   $100x-8 = 42$   $|\cdot +8$   
 $6x-9+9 = 21+9$   $100x-8+8 = 42+8$   
 $6x = 30$   $|\cdot 6$   $100x = 50$   $|\cdot 100$   
 $\frac{6x}{6} = \frac{30}{6}$   $\frac{100x}{100} = \frac{50}{100}$   
 $x = \mathbf{5}$   $x = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$
- c)  $\frac{4 \cdot (17+20x)}{11} = 8$   $|\cdot 11$  d)  $\frac{6 \cdot (13+10x)}{5} = 18$   $|\cdot 5$   
 $\frac{4 \cdot (17+20x) \cdot 11}{11} = 8 \cdot 11$   $\frac{6 \cdot (13+10x) \cdot 5}{5} = 18 \cdot 5$   
 $68+80x = 88$   $|\cdot -68$   $78+60x = 90$   $|\cdot -78$   
 $68-68+80x = 88-68$   $78-78+60x = 90-78$   
 $80x = 20$   $|\cdot 20$   $60x = 12$   $|\cdot 60$   
 $\frac{80x}{80} = \frac{20}{80}$   $\frac{60x}{60} = \frac{12}{60}$   
 $x = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$   $x = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}$



12/5.

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad 7 &= \frac{14 \cdot (5 - 3x)}{9} && | \cdot 9 \\
 7 \cdot 9 &= \frac{14 \cdot (5 - 3x) \cdot 9}{9} \\
 63 &= 70 - 42x && | - 70 \\
 63 - 70 &= 70 - 70 - 42x \\
 -7 &= -42x && | : (-42) \\
 \frac{-7}{-42} &= \frac{-42x}{-42} \\
 \frac{1}{6} &= x \\
 x &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f)} \quad 4 &= \frac{2(41 - 7x)}{17} && | \cdot 17 \\
 4 \cdot 17 &= \frac{2 \cdot (41 - 7x) \cdot 17}{17} \\
 68 &= 82 - 14x && | - 82 \\
 68 - 82 &= 82 - 82 - 14x \\
 -14 &= -14x && | : (-14) \\
 \frac{-14}{-14} &= \frac{-14x}{-14} \\
 1 &= x \\
 x &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{g)} \quad 9 &= \frac{3(35 - 8x)}{11} && | \cdot 11 \\
 9 \cdot 11 &= \frac{3(35 - 8x) \cdot 11}{11} \\
 99 &= 105 - 24x && | - 105 \\
 99 - 105 &= 105 - 105 - 24x \\
 -6 &= -24x && | : (-24) \\
 \frac{-6}{-24} &= \frac{-24x}{-24} \\
 \frac{1}{4} &= x \\
 x &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h)} \quad 12 &= \frac{4(41 - 12x)}{13} && | \cdot 13 \\
 12 \cdot 13 &= \frac{4 \cdot (41 - 12x) \cdot 13}{13} \\
 156 &= 164 - 48x && | - 164 \\
 156 - 164 &= 164 - 164 - 48x \\
 -8 &= -48x && | : (-48) \\
 \frac{-8}{-48} &= \frac{-48x}{-48} \\
 \frac{1}{6} &= x \\
 x &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{i)} \quad \frac{6 \cdot (x + 7)}{17 \cdot (x - 4)} &= 1 && | \cdot 17 \cdot (x - 4) \\
 \frac{6 \cdot (x + 7) \cdot 17 \cdot (x - 4)}{17 \cdot (x - 4)} &= 1 \cdot 17 \cdot (x - 4) \\
 6x + 42 &= 17x - 68 && | - 6x \\
 6x - 6x + 42 &= 17x - 6x - 68 \\
 42 &= 11x - 68 && | + 68 \\
 42 + 68 &= 11x - 68 + 68 \\
 110 &= 11x && | : 11 \\
 \frac{110}{11} &= \frac{11x}{11} \\
 10 &= x \\
 x &= 10
 \end{aligned}$$

12/6.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad \frac{x}{36} &= \frac{320}{256} && | \cdot 36 \\
 \frac{x \cdot 36}{36} &= \frac{320 \cdot 36}{256} \\
 x &= 45
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad \frac{500}{300} &= \frac{x}{15} && | \cdot 15 \\
 \frac{500 \cdot 15}{300} &= \frac{x \cdot 15}{15} \\
 25 &= x \\
 x &= 25
 \end{aligned}$$

**12/6.**

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{3}{4}x &= \frac{48}{2} & | \cdot \frac{4}{3} \\ \frac{3 \cdot x \cdot 4}{4 \cdot 3} &= \frac{48 \cdot 4}{2 \cdot 3} \\ x &= \mathbf{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \frac{15ac}{x} &= \frac{9bc}{6bd} & | \cdot x \\ \frac{15ac \cdot x}{x} &= \frac{9cx}{6d} & | \cdot \frac{6d}{9c} \\ \frac{15ac \cdot 6d}{9c} &= \frac{9cx \cdot 6d}{6d \cdot 9c} \\ 10ad &= x \\ x &= \mathbf{10ad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \frac{x-4}{9} &= \frac{x}{10} & | \cdot 90 \\ \frac{(x-4) \cdot 90}{9} &= \frac{x \cdot 90}{10} \\ (x-4) \cdot 10 &= x \cdot 9 & | - 9x \\ 10x - 40 &= 9x & | - 9x \\ 10x - 9x - 40 &= 9x - 9x \\ x - 40 &= 0 & | + 40 \\ x - 40 + 40 &= 0 + 40 \\ x &= \mathbf{40} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad \frac{x-9}{x} &= \frac{4}{5} & | \cdot 5x \\ \frac{(x-9) \cdot 5x}{x} &= \frac{4 \cdot 5x}{5} & | - 4x \\ (x-9) \cdot 5 &= 4x & | - 4x \\ 5x - 45 &= 4x & | - 4x \\ 5x - 4x - 45 &= 4x - 4x & | + 45 \\ x - 45 &= 0 & | + 45 \\ x - 45 + 45 &= 0 + 45 \\ x &= \mathbf{45} \end{aligned}$$

**12/7.**

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 19 &= \frac{57}{x} & | \cdot x \\ 19 \cdot x &= \frac{57 \cdot x}{x} & | : 19 \\ 19x &= 57 & | : 19 \\ \frac{19x}{19} &= \frac{57}{19} \\ x &= \mathbf{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{100}{x} &= 20 & | \cdot x \\ \frac{100 \cdot x}{x} &= 20x \\ 100 &= 20x & | : 20 \\ \frac{100}{20} &= \frac{20x}{20} \\ 5 &= x \\ x &= \mathbf{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{97,5}{x} &= 32,5 & | \cdot x \\ \frac{97,5 \cdot x}{x} &= 32,5 \cdot x & | : 32,5 \\ 97,5 &= 32,5x & | : 32,5 \\ \frac{97,5}{32,5} &= \frac{32,5x}{32,5} \\ 3 &= x \\ x &= \mathbf{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \frac{a^2bc}{0,2x} &= c & | \cdot 0,2x \\ \frac{a^2bc \cdot 0,2x}{0,2x} &= c \cdot 0,2x & | : (c \cdot 0,2) \\ a^2bc &= c \cdot 0,2x & | : (c \cdot 0,2) \\ \frac{a^2bc}{c \cdot 0,2} &= \frac{c \cdot 0,2x}{c \cdot 0,2} \\ \frac{a^2 \cdot b}{0,2} &= x \\ x &= \frac{\mathbf{a^2b}}{\mathbf{0,2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \frac{4}{x} &= \frac{2}{3} & | \cdot 3 \cdot x \\ \frac{4 \cdot 3 \cdot x}{x} &= \frac{2 \cdot 3 \cdot x}{3} & | : 2 \\ 12 &= 2x & | : 2 \\ \frac{12}{2} &= \frac{2x}{2} \\ 6 &= x \\ x &= \mathbf{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad \frac{15a^2b^2}{2x} &= 10ab & | \cdot 2x \\ \frac{15a^2b^2 \cdot 2x}{2x} &= 10ab \cdot 2x & | : 20ab \\ 15a^2b^2 &= 20abx & | : 20ab \\ \frac{15a^2b^2}{20ab} &= \frac{20abx}{20ab} \\ \frac{3}{4}ab &= x \\ x &= \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}ab \end{aligned}$$

12/8.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{4x}{5} - \frac{3}{4} = \frac{2x+3}{4} + 6 && | \cdot 20 \\
 & \frac{4x \cdot 20}{5} - \frac{3 \cdot 20}{4} = \frac{(2x+3) \cdot 20}{4} + 6 \cdot 20 \\
 & 4x \cdot 4 - 3 \cdot 5 = (2x+3) \cdot 5 + 120 \\
 & 16x - 15 = 10x + 15 + 120 \\
 & 16x - 15 = 10x + 135 && | - 10x \\
 & 16x - 10x - 15 = 10x - 10x + 135 \\
 & 6x - 15 = 135 && | + 15 \\
 & 6x - 15 + 15 = 135 + 15 \\
 & 6x = 150 && | : 6 \\
 & \frac{6x}{6} = \frac{150}{6} \\
 & x = 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & \frac{11x+7}{20} - \frac{9x-7}{5} = -2 && | \cdot 20 \\
 & \frac{(11x+7) \cdot 20}{20} - \frac{(9x-7) \cdot 20}{5} = -2 \cdot 20 \\
 & 11x + 7 - (9x - 7) \cdot 4 = -40 \\
 & 11x + 7 - 36x + 28 = -40 \\
 & -25x + 35 = -40 && | - 35 \\
 & -25x + 35 - 35 = -40 - 35 \\
 & -25x = -75 && | : (-25) \\
 & \frac{-25x}{-25} = \frac{-75}{-25} \\
 & x = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & \frac{2x}{7} + \frac{3x+1}{84x-7} = \frac{14x+2}{49} && | 49 \cdot (12x-1) \\
 & \frac{2x \cdot 49 \cdot (12x-1)}{7} + \frac{(3x+1) \cdot 49 \cdot (12x-1)}{7(12x-1)} = \frac{(14x+2) \cdot 49 \cdot (12x-1)}{49} \\
 & 2x \cdot 7 \cdot (12x-1) + (3x+1) \cdot 7 = (14x+2)(12x-1) \\
 & 168x^2 - 14x + 21x + 7 = 168x^2 + 24x - 14x - 2 && | -168x^2 \\
 & 7x + 7 = 10x - 2 && | - 7x \\
 & 7x - 7x + 7 = 10x - 7x - 2 \\
 & 7 = 3x - 2 && | + 2 \\
 & 7 + 2 = 3x - 2 + 2 \\
 & 9 = 3x && | : 3 \\
 & \frac{9}{3} = \frac{3x}{3} \\
 & 3 = x \\
 & x = 3
 \end{aligned}$$

12/9.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & 3x^2 - 7 = 41 && | + 7 \\
 & 3x^2 - 7 + 7 = 41 + 7 \\
 & 3x^2 = 48 && | : 3 \\
 & \frac{3x^2}{3} = \frac{48}{3} \\
 & x^2 = 16 && | \sqrt{\phantom{x}} \\
 & \sqrt{x^2} = \sqrt{16} \\
 & x_{1/2} = \pm 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & (x+3)^2 = (x-1)^2 \\
 & x^2 + 6x + 9 = x^2 - 2x + 1 && | - x^2 \\
 & 6x + 9 = -2x - 1 && | + 2x \\
 & 8x + 9 = 1 && | - 9 \\
 & 8x = -8 && | : 8 \\
 & x = -1
 \end{aligned}$$

- 12/9.** c)  $x^3 - 122 = 3$   $|+ 122$   
 $x^3 = 125$   $|\sqrt[3]{\phantom{x}}$   
 $x = 5$
- 12/10.** a)  $7 + 4\sqrt{x+7} = 23$   $|-7$  Probe:  
 $4\sqrt{x+7} = 16$   $|\div 4$   $7 + 4 \cdot \sqrt{9+7} = 23$   
 $\sqrt{x+7} = 4$   $|\ ^2$   $7 + 4\sqrt{16} = 23$   
 $x+7 = 16$   $|-7$   $23 = 23$   
 $x = 9$
- b)  $\sqrt{x^2 - 5x + 2} = x - 3$   $|\ ^2$  Probe:  
 $x^2 - 5x + 2 = x^2 - 6x + 9$   $|-x^2$   $\sqrt{49 - 35 + 2} = 7 - 3$   
 $-5x + 2 = -6x + 9$   $|\ + 6x$   $4 = 4$   
 $x + 2 = 9$   $|\ -2$   
 $x = 7$
- c)  $\sqrt{x+1} - 2 = \sqrt{x-11}$   $|\ ^2$  Probe:  
 $x + 1 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{x+1} + 4 = x - 11$   $|-x$   $\sqrt{15+1} - 2 = \sqrt{15-11}$   
 $5 - 4\sqrt{x+1} = -11$   $|-5$   $2 = 2$   
 $-4\sqrt{x+1} = -16$   $|\div (-4)$   
 $\sqrt{x+1} = 4$   $|\ ^2$   
 $x+1 = 16$   $|\ -1$   
 $x = 15$

### 1.3.2 Formeln

- 13/1.** a)  $L = l + l_a$       b)  $F_1 = F_2 + F_3$       c)  $F_A = F_1 - F_B$       d)  $L = l + l_a + l_u$   
 $l = L - l_a$        $F_2 = F_1 - F_3$        $F_1 = F_A + F_B$        $l = L - (l_a + l_u)$   
 $l_a = L - l$        $F_3 = F_1 - F_2$        $F_B = F_1 - F_A$        $l_a = L - (l + l_u)$   
 $l_u = L - (l + l_a)$
- e)  $d_a = d + 2m$        $d = d_a - 2m$        $m = \frac{d_a - d}{2}$   
f)  $d_f = d_a - 2h$        $d_a = d_f + 2h$        $h = \frac{d_a - d_f}{2}$
- 13/2.** a)  $U = \pi \cdot d$       b)  $U = l \cdot n$       c)  $m = V \cdot \rho$       d)  $P = U \cdot I$   
 $d = \frac{U}{\pi}$        $l = \frac{U}{n}$        $V = \frac{m}{\rho}$        $U = \frac{P}{I}$   
 $n = \frac{U}{l}$        $\rho = \frac{m}{V}$        $I = \frac{P}{U}$
- e)  $F = A \cdot p$       f)  $d = m \cdot z$       g)  $A_M = \pi \cdot d \cdot h$       h)  $v = \pi \cdot d \cdot n$   
 $A = \frac{F}{p}$        $m = \frac{d}{z}$        $d = \frac{A_M}{\pi \cdot h}$        $d = \frac{v}{\pi \cdot n}$   
 $p = \frac{F}{A}$        $z = \frac{d}{m}$        $h = \frac{A_M}{\pi \cdot d}$        $n = \frac{v}{\pi \cdot d}$

13/2.

i)  $V = l \cdot b \cdot h$

$$l = \frac{V}{b \cdot h}$$

$$b = \frac{V}{l \cdot h}$$

$$h = \frac{V}{l \cdot b}$$

k)  $F = \frac{G}{n}$

$$G = F \cdot n$$

$$n = \frac{G}{F}$$

l)  $m = \frac{p}{\pi}$

$$p = \pi \cdot m$$

m)  $p = \frac{25,4}{g}$

$$g = \frac{25,4}{p}$$

n)  $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$

$$l_1 = \frac{2A}{b} - l_2$$

$$l_2 = \frac{2A}{b} - l_1$$

$$b = \frac{2A}{l_1 + l_2}$$

o)  $\frac{z_t}{z_g} = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_2 \cdot z_4}$

$$z_t = \frac{z_1 \cdot z_3 \cdot z_g}{z_2 \cdot z_4}$$

$$z_g = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

$$z_1 = \frac{z_t \cdot z_2 \cdot z_4}{z_g \cdot z_3}$$

$$z_3 = \frac{z_t \cdot z_2 \cdot z_4}{z_g \cdot z_1}$$

$$z_2 = \frac{z_g \cdot z_1 \cdot z_3}{z_t \cdot z_4}$$

$$z_4 = \frac{z_g \cdot z_1 \cdot z_3}{z_t \cdot z_2}$$

p)  $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$

$$D = \frac{4A}{\pi \cdot d}$$

$$d = \frac{4A}{\pi \cdot D}$$

q)  $t_h = \frac{L \cdot i}{f \cdot n}$

$$L = \frac{t_h \cdot f \cdot n}{i}$$

$$i = \frac{t_h \cdot f \cdot n}{L}$$

$$f = \frac{L \cdot i}{t_h \cdot n}$$

$$n = \frac{L \cdot i}{t_h \cdot f}$$

r)  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

$$a = c \cdot \sin \alpha$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

s)  $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

$$a = b \cdot \tan \alpha$$

$$b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

t)  $A = \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$

$$l = \frac{3}{2} \cdot \frac{A}{b}$$

$$b = \frac{3}{2} \cdot \frac{A}{l}$$

u)  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2 \cdot l}$

$$D = 2 \cdot l \cdot \tan \frac{\alpha}{2} + d$$

$$d = D - 2 \cdot l \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$l = \frac{D-d}{2 \cdot \tan \frac{\alpha}{2}}$$

v)  $v = \frac{s}{t}$

$$s = v \cdot t$$

$$t = \frac{s}{v}$$

13/3.

a)  $\frac{n_t}{n_g} = \frac{z_g}{z_t}$

$$n_t = \frac{z_g \cdot n_g}{z_t}$$

$$n_g = \frac{n_t \cdot z_t}{z_g}$$

$$z_g = \frac{n_t \cdot z_t}{n_g}$$

$$z_t = \frac{z_g \cdot n_g}{n_t}$$

b)  $\frac{P}{P_L} = \frac{z_t}{z_g}$

$$P = \frac{z_t \cdot P_L}{z_g}$$

$$P_L = \frac{P \cdot z_g}{z_t}$$

$$z_t = \frac{P \cdot z_g}{P_L}$$

$$z_g = \frac{z_t \cdot P_L}{P}$$

c)  $\frac{P}{P_L} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$

$$P = \frac{z_1 \cdot z_3 \cdot P_L}{z_2 \cdot z_4}$$

$$P_L = \frac{P \cdot z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

$$z_1 = \frac{P \cdot z_2 \cdot z_4}{P_L \cdot z_3}$$

$$z_3 = \frac{P \cdot z_2 \cdot z_4}{P_L \cdot z_1}$$

$$z_2 = \frac{P_L \cdot z_1 \cdot z_3}{P \cdot z_4}$$

$$z_4 = \frac{P_L \cdot z_1 \cdot z_3}{P \cdot z_2}$$

13/3.

d)  $F \cdot s = G \cdot h$

$$G = \frac{G \cdot h}{s}$$

$$s = \frac{G \cdot h}{F}$$

$$G = \frac{F \cdot s}{h}$$

$$h = \frac{F \cdot s}{G}$$

e)  $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{l_1}$$

$$l_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{F_1}$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2}$$

$$l_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{F_2}$$

f)  $F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot b}{a}$$

$$a = \frac{F_2 \cdot b}{F_1}$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot a}{b}$$

$$b = \frac{F_1 \cdot a}{F_2}$$

13/4.

a)  $F_B = (F_1 + F_s) - F_A$   
 $F_1 = F_A + F_B - F_2$   
 $F_2 = F_A + F_B - F_1$   
 $F_A = (F_1 + F_2) - F_B$

b)  $U = 2 \cdot (l + b)$

$$l = \frac{U}{2} - b$$

$$b = \frac{U}{2} - l$$

c)  $A_0 = 2A + A_M$

$$A = \frac{A_0 - A_M}{2}$$

$$A_M = A_0 - 2A$$

d)  $i = T \cdot n_K + \frac{z_t}{z_g}$   
 $T = \frac{i}{n_K} - \frac{z_t}{z_g \cdot n_K}$   
 $n_K = \frac{i}{T} - \frac{z_t}{z_g \cdot T}$   
 $z_t = (i - T \cdot n_K) \cdot z_g$   
 $z_g = \frac{z_t}{i - T \cdot n_K}$

e)  $Q = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1)$

$$c = \frac{Q}{m \cdot (t_2 - t_1)}$$

$$m = \frac{Q}{c \cdot (t_2 - t_1)}$$

$$t_2 = \frac{Q}{c \cdot m} + t_1$$

$$t_1 = t_2 - \frac{Q}{c \cdot m}$$

f)  $a = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2}$

$$m = \frac{2a}{z_1 + z_2}$$

$$z_1 = \frac{2a}{m} - z_2$$

$$z_2 = \frac{2a}{m} - z_1$$

13/5.

a)  $U_{20} = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2};$

$$R_2 = \frac{R_1}{\frac{U}{U_{20}} - 1}$$

$$U = \frac{U_{20} (R_1 + R_2)}{R_2}$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot U}{U_{20}} - R_2$$

b)  $F = \frac{K \cdot M}{100} + Z \cdot l;$

$$l = \frac{F - \frac{K \cdot M}{100}}{Z};$$

$$K = \frac{(F - Z \cdot l) \cdot 100}{M}$$

$$F = \frac{K \cdot M}{100}$$

$$M = \frac{(F - Z \cdot l) \cdot 100}{K}$$

c)  $Z_L = \frac{R_c \cdot R_L}{R_c + R_L};$

$$R_L = \frac{Z_L - R_c}{Z_L \cdot R_c}$$

$$R_c = \frac{Z_L - R_L}{Z_L \cdot R_L}$$

## 1.4 Winkelberechnungen

**15/1. Umrechnungen**

$27^{\circ} 30'$ ;  $62^{\circ} 40,2'$ ;  $38^{\circ} 13,8'$

**15/2. Minutenumrechnung**

a)  $6^{\circ} 2'$ ;  $1^{\circ} 29'$ ;  $9^{\circ} 42'$ ;  $22^{\circ} 4'$

b)  $16' 25,2''$ ;  $49' 36''$ ;  $3,6''$

**15/3. Platte**

$\alpha = 65^{\circ}$ ,  $\beta = 65^{\circ}$ ,  $\gamma = 65^{\circ}$ ,  $\delta = 115^{\circ}$

**15/4. Winkel im Dreieck**

a)  $\gamma = 180^{\circ} - (17^{\circ} + 47^{\circ}) = 116^{\circ}$

b)  $\alpha = 180^{\circ} - (72^{\circ} + 31^{\circ}) = 77^{\circ}$

c)  $\beta = 180^{\circ} - (121^{\circ} + 56^{\circ} 47') = 2^{\circ} 19'$

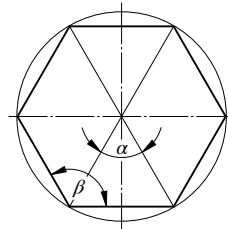
**15/5. Mittelpunktswinkel**

**6-Eck:**  $\alpha = \frac{360^{\circ}}{n} = \frac{360^{\circ}}{6} = 60^{\circ}$

$\beta = 180^{\circ} - \alpha = 180^{\circ} - 60^{\circ} = 120^{\circ}$

**8-Eck:**  $\alpha = 45^{\circ}$ ;  $\beta = 135^{\circ}$

**10-Eck:**  $\alpha = 36^{\circ}$ ;  $\beta = 144^{\circ}$



$\alpha = \frac{360^{\circ}}{n}$

$\beta = 2 \cdot \frac{180^{\circ} - \alpha}{2}$

Bild 15/5: Mittelpunktswinkel

**15/6. Flansch**

$\alpha = \frac{360^{\circ}}{5} = 72^{\circ}$

**15/7. Drehmeißel**

$\alpha + \beta + \gamma = 90^{\circ}$

$\beta = 90^{\circ} - (\alpha + \gamma)$

$\beta = 90^{\circ} - (17^{\circ} + 15^{\circ}) = 90^{\circ} - 32^{\circ}$

$\beta = 58^{\circ}$

**15/8. Wagenheber**

$\frac{\delta}{2} + \beta + 90^{\circ} = 180^{\circ}$ ;  $\beta = 180^{\circ} - 90^{\circ} - \frac{50^{\circ}}{2}$   
 $\beta = 65^{\circ}$

$\alpha = 90^{\circ} - \frac{\delta}{2} = 90^{\circ} - \frac{50^{\circ}}{2} = 65^{\circ}$

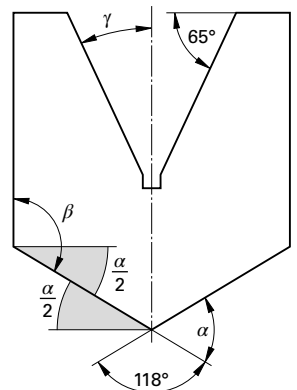


Bild 15/9: Schablone

**15/9. Schablone**

$\alpha + 118^{\circ} = 180^{\circ}$

$\alpha = 180^{\circ} - 118^{\circ} = 62^{\circ}$

$\beta = 90^{\circ} + \frac{\alpha}{2} = 121^{\circ}$

$\gamma = \frac{180^{\circ} - 2 \cdot 65^{\circ}}{2} = 25^{\circ}$

**15/10. Zahnriementrieb**

$$\alpha = 180^\circ - 7^\circ + 18^\circ = 191^\circ$$

$$\beta = 180^\circ + 7^\circ + 30^\circ = 217^\circ$$

**1.5 Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck****17/1. Tabelle 1: Berechnungen im Dreieck**

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>
c in mm	62	<b>50</b>	350	784	<b>1120</b>
a in mm	<b>50,8</b>	30	<b>225</b>	<b>747</b>	760
b in mm	<b>35,6</b>	40	<b>268</b>	<b>238</b>	<b>825</b>
$\sphericalangle \alpha$	55°	<b>36,83°</b>	<b>40°</b>	<b>72,33°</b>	42° 40'
$\sphericalangle \beta$	<b>35°</b>	<b>53,17°</b>	50°	17,67°	<b>47° 20'</b>

**17/2. Kegelhäder**

$$\tan \delta_1 = \frac{\frac{d_1}{2}}{\frac{d_2}{2}} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{160 \text{ mm}}{88 \text{ mm}} = 1,8182; \quad \delta_1 = 61,2^\circ$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 61,2^\circ = 28,8^\circ$$

**17/3. Prismenführung**

$$b = a \cdot \tan 40^\circ = 16 \text{ mm} \cdot 0,8391 = 13,426 \text{ mm}$$

$$x = 36 \text{ mm} - 2 \cdot b = 36 \text{ mm} - 2 \cdot 13,426 \text{ mm} = 9,148 \text{ mm} \approx 9,15 \text{ mm}$$

**17/4. Sinuslineal**

$$E = L \cdot \sin \alpha = 100 \text{ mm} \cdot 0,4147 = 41,47 \text{ mm}$$

**17/5. Drehteil**

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2l} = \frac{(50-30) \text{ mm}}{2 \cdot 84 \text{ mm}} = 0,1190; \quad \frac{\alpha}{2} = 6,79^\circ; \quad \alpha = 13,58^\circ$$

**17/6. Trägerkonstruktion**

$$\tan \alpha = \frac{c}{a+b} = \frac{230 \text{ mm}}{300 \text{ mm} + 250 \text{ mm}} = 0,4182; \quad \alpha = 22,69^\circ$$

$$d = \frac{a}{\cos \alpha} = \frac{200 \text{ mm}}{0,9226} = 325,168 \approx 325 \text{ mm}$$

$$d + e = \frac{c}{\sin \alpha} = \frac{230 \text{ mm}}{0,3858} = 596,149 \text{ mm}$$

$$e = 596,149 \text{ mm} - d = 596,149 \text{ mm} - 325,168 \text{ mm} = 270,981 \text{ mm} \approx 271 \text{ mm}$$

$$f = d \cdot \sin \alpha = 325,168 \text{ mm} \cdot 0,3858 = 125,450 \text{ mm} \approx 125 \text{ mm}$$

$$g = \sqrt{b^2 + f^2} = \sqrt{(250 \text{ mm})^2 + (125,45 \text{ mm})^2} = \sqrt{78237,7 \text{ mm}^2} = 279,71 \text{ mm} \approx 280 \text{ mm}$$

**17/7. Profilplatte**

$$P1: X_1 = 0 \text{ mm}$$

$$Y_1 = 0 \text{ mm}$$

$$P2: X_2 = 40 \text{ mm}$$

$$Y_2 = 0 \text{ mm}$$



**17/7.**

$$P3: X_3 = (40 + 30) \text{ mm} = \mathbf{70 \text{ mm}}$$

$$Y_3 = 30 \text{ mm} \cdot \tan 20^\circ = 30 \text{ mm} \cdot 0,3640 = \mathbf{10,92 \text{ mm}}$$

$$P4: X_4 = X_3 = \mathbf{70 \text{ mm}}$$

$$Y_4 = \mathbf{28 \text{ mm}}$$

$$P5: \tan 20^\circ = \frac{(37 - 28) \text{ mm}}{70 \text{ mm} - X_5}$$

$$X_5 = 70 \text{ mm} - \frac{9 \text{ mm}}{\tan 20^\circ} = 70 \text{ mm} - \frac{9 \text{ mm}}{0,3640} = \mathbf{45,27 \text{ mm}}$$

$$Y_5 = \mathbf{37 \text{ mm}}$$

$$P6: X_6 = 20 \text{ mm} + 16 \text{ mm} \cdot \sin 60^\circ = 20 \text{ mm} + 16 \text{ mm} \cdot 0,8669 = \mathbf{33,86 \text{ mm}}$$

$$Y_6 = \mathbf{37 \text{ mm}}$$

$$P7: X_7 = \mathbf{20 \text{ mm}}$$

$$Y_7 = \mathbf{45 \text{ mm}}$$

$$P8: X_8 = \mathbf{0 \text{ mm}}$$

$$Y_8 = \mathbf{45 \text{ mm}}$$

**17/8.****Leistungsdreieck**

$$\cos \varphi = \frac{U_w}{U}; \quad U_w = U \cdot \cos \varphi$$

$$U_w = 230 \text{ V} \cdot \cos 62^\circ$$

$$U_w = \mathbf{107,98 \text{ V}}$$

$$\tan \varphi = \frac{U_{bl}}{U_w}; \quad U_{bl} = U_w \cdot \tan \varphi$$

$$U_{bl} = 107,98 \text{ V} \cdot \tan 62^\circ$$

$$U_{bl} = \mathbf{203,08 \text{ V}}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q_L}{P}; \quad Q_L = P \cdot \tan \varphi$$

$$Q_L = 69 \text{ W} \cdot \tan 62^\circ$$

$$Q_L = \mathbf{129,77 \text{ W}}$$

$$\sin \varphi = \frac{Q_L}{S}; \quad S = \frac{Q_L}{\sin \varphi}$$

$$S = \frac{129,77 \text{ W}}{\sin 62^\circ}$$

$$S = \mathbf{146,97 \text{ W}}$$

**1.6 | Schlussrechnung****18/1.****Werkstoffpreis**

$$1. \text{ Schritt: } A_m = 1 \text{ kg}; \quad A_w = 1,08 \text{ EUR}$$

$$\frac{A_w}{A_m} = 1,08 \frac{\text{EUR}}{\text{kg}}$$

$$2. \text{ Schritt: } E_m = E_{m1} \cdot E_{m2} = 1,35 \text{ kg} \cdot 185 \text{ Deckel}$$

$$E_m = 249,75 \text{ kg} \cdot \text{Deckel}$$

$$E_w = \frac{E_m \cdot A_w}{A_m} = \frac{249,75 \text{ kg} \cdot 1,08 \text{ EUR}}{1 \text{ kg}}$$

$$E_w = \mathbf{269,73 \text{ EUR}}$$

**18/2. Schutzgasverbrauch**

1. Schritt:  $A_m = 23 \text{ m}; \quad A_w = 640 \text{ l}$

$$\frac{A_w}{A_m} = \frac{640 \text{ l}}{23 \text{ m}} = 27,83 \frac{\text{l}}{\text{m}}$$

2. Schritt:  $E_m = 78 \text{ m}$

$$E_w = \frac{E_m \cdot A_w}{A_m} = \frac{78 \text{ m} \cdot 640 \text{ l}}{23 \text{ m}}$$

$$E_w = 2170,43 \text{ l}$$

**18/3. Notstromaggregat**

1. Schritt:  $A_m = A_{m1} \cdot A_{m2} = 2 \text{ Aggregate} \cdot 3 \text{ Stunden}$

$$A_m = 6 \text{ Stunden};$$

2. Schritt:  $A_m = 6 \text{ Stunden}; \quad A_w = 120 \text{ l}$

$$\frac{A_w}{A_m} = \frac{120 \text{ l}}{6 \text{ Stunden}} = 20 \frac{\text{l}}{\text{h}}$$

3. Schritt:  $E_m = 3 \text{ Aggregate}$

$$E_w = \frac{E_m \cdot A_w}{A_m} = \frac{3 \cdot 120 \text{ l}}{6 \text{ Stunden}} = 60 \frac{\text{l}}{\text{h}}$$

240 l Treibstoff reichen für 4 Stunden.

**18/4. CuZn-Blech**

1. Schritt:  $A_m = A_{m1} \cdot A_{m2}$   
 $= 4 \text{ m}^2 \cdot 4 \text{ mm} = 16 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}$

2. Schritt:  $A_m = 16 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}; \quad A_w = 136 \text{ kg}$

$$\frac{A_w}{A_m} = \frac{136 \text{ kg}}{16 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}} = 8,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{mm}}$$

3. Schritt:  $E_m = E_{m1} \cdot E_{m2} = 10 \text{ m}^2 \cdot 6 \text{ mm}$   
 $= 60 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}$

$$E_w = \frac{E_m \cdot A_w}{A_m} = \frac{60 \text{ m}^2 \cdot \text{mm} \cdot 136 \text{ kg}}{16 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}} = 510 \text{ kg}$$

Das Blech hat eine Masse von 510 kg.

**18/5. Qualitätskontrolle**

1. Schritt:  $A_m = 3 \text{ Prüfer}; \quad A_w = 14 \text{ Stunden}$

$$A_m \cdot A_w = 3 \cdot 14 \text{ Stunden} = 42 \text{ Stunden}$$

2. Schritt:  $E_m = 8 \text{ Stunden}$

$$E_w = \frac{A_m \cdot A_w}{E_m} = \frac{3 \cdot 14 \text{ Stunden}}{8 \text{ Stunden}}$$

$$E_w = 5,25$$

Es werden mindestens 6 Prüfer benötigt.

**1.7 Prozentrechnung****19/1. Prozentwert**

a) 1,62 EUR

b) 9,47 g

c) 2,705 m

d) 5,94 min

e) 0,4686 bar

f) 300,31 EUR

**19/2. Festplatte**

$$P_s = \frac{100\% \cdot P_w}{G_w} = \frac{100\% \cdot 80 \text{ MB}}{10000 \text{ MB}} = 0,8\%$$

**19/3. Scanzeit**

$$P_w = \frac{G_w}{100\%} \cdot P_s = \frac{2 \text{ min}}{100\%} \cdot 24\% = \mathbf{0,48 \text{ min} \triangleq 31,2 \text{ s}}$$

oder

$$E_w = \frac{A_w}{A_m} \cdot E_m = \frac{2 \text{ min}}{100\%} \cdot 24\% = \mathbf{0,48 \text{ min}}$$

Die Scanzeit beträgt  $2 \text{ min} - 0,48 \text{ min} = \mathbf{1,52 \text{ min} \triangleq 1 \text{ min } 31,2 \text{ s}}$ **19/4. Aktienfonds**

$$\text{a) } P_w = \frac{G_w}{100\%} \cdot P_s = \frac{15 \text{ Anteile} \cdot 135 \text{ EUR}}{100\%} \cdot 5,25\%$$

$$P_w = \mathbf{106,31 \text{ EUR}}$$

$$\text{Gesamtbetrag} = 2025 \text{ EUR} + 106,31 = \mathbf{2131,31 \text{ EUR}}$$

$$\text{b) } P_w = \frac{G_w}{100\%} \cdot P_s = \frac{2025 \text{ EUR}}{100\%} \cdot 45\% = \mathbf{911,25 \text{ EUR}}$$

$$\text{Gewinn} = 911,25 \text{ EUR} - 106,31 \text{ EUR} = \mathbf{804,94 \text{ EUR}}$$

**20/5. Preiserhöhung**

$$\mathbf{12,5\%; \quad 5,33\%; \quad 1,57\%; \quad 1,15\%}$$

**20/6. Preissenkung**

$$\mathbf{6\%; \quad 3,14\%; \quad 7,20\%; \quad 1,98\%}$$

**20/7. Gusstück**

$$\frac{100\% \cdot 24 \text{ kg}}{150 \text{ kg}} = \mathbf{16\%}$$

**20/8. Dehnung**

$$\frac{100\% \cdot 1 \text{ mm}}{1500 \text{ mm}} = \mathbf{0,067\%}$$

**20/9. NC-Maschine**

$$\frac{87500,00 \text{ EUR} \cdot 100\%}{85\%} = \mathbf{102941,18 \text{ EUR}}$$

**20/10. Fertigungszeit**

$$\frac{6,5 \text{ h} \cdot 22\%}{100\%} = \mathbf{1,43 \text{ h}}$$

**20/11. Lotherstellung**

$$\text{Sn } 63\%: \frac{63\% \cdot 150 \text{ kg}}{100\%} \triangleq 94,5 \text{ kg}$$

$$\text{Pb } 37\%: \frac{37\% \cdot 150 \text{ kg}}{100\%} = 55,5 \text{ kg}$$

**20/12. Verschnitt**

$$\text{Zuschnitt} = 160 \text{ cm}^2 \triangleq 100\%$$

$$\text{Zuschlag für Verschnitt} = \frac{44 \text{ cm}^2 \cdot 100\%}{160 \text{ cm}^2} = \mathbf{27,5\%}$$

**20/13. Zugfestigkeit**

$$\frac{1250 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 100\%}{142\%} = 880,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx \mathbf{880 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

**20/14. Kreisschaubild**

36,0% Eisen	$\triangleq$	586,80 kg
24,0% Mangan	$\triangleq$	391,20 kg
31,8% Gangart	$\triangleq$	518,34 kg
7,3% Quarz	$\triangleq$	118,99 kg
0,3% Schwefel	$\triangleq$	4,89 kg
0,6% Phosphor	$\triangleq$	9,78 kg
<hr/>		
100% Eisenerz	$\triangleq$	1630,00 kg

**20/15. Gehäusegewicht**

$$1 \text{ mm Blechdicke bei } \rho = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \triangleq 100 \%$$

$$2 \text{ mm Blechdicke bei } \rho = 2,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \triangleq ? \%$$

$$\text{Neues Gewicht} = \frac{100\% \cdot 2,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 2}{7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = \mathbf{66,24\%}$$

$$\text{Gewichtsverminderung} = 100\% - 66,24\% = \mathbf{33,76\%}$$

**20/16. Rundstahl**

$$\begin{aligned} \text{Werkstoffverlust} &= \frac{\frac{\pi}{4} \cdot (30 \text{ mm})^2 - \frac{\pi}{4} \cdot (25 \text{ mm})^2}{\frac{\pi}{4} \cdot (30 \text{ mm})^2} \cdot 100\% \\ &= \frac{900 \text{ mm}^2 - 625 \text{ mm}^2}{900 \text{ mm}^2} \cdot 100\% = \mathbf{30,55\%} \end{aligned}$$

**20/17. Strommesser**

$$\text{Anzeigefehler} = \frac{12 \text{ A} \cdot 1,5\%}{100\%} = \pm \mathbf{0,18 \text{ A}}$$

$$12 \text{ A} + 0,18 \text{ A} = \mathbf{12,18 \text{ A}}; \quad 12 \text{ A} - 0,18 \text{ A} = \mathbf{11,82 \text{ A}}$$

**1.8 Flächen****22.1 Blechschnitt**

$$A_{\text{Joch}} = 6 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = \mathbf{6 \text{ cm}^2}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{ges}} &= 2 \cdot A_1 + A_2 + A_3 \\ &= 2 \cdot (3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}) + (3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}) + (6 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}) \\ &= \mathbf{18 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

**22/2. Isolierplatte**

$$A_{\square} = 5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_{\square} = 2,5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\nabla} = \frac{2,5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 2,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{ges}} = \mathbf{12,5 \text{ cm}^2}$$